

Les questions seront traitées dans l'ordre et numérotées.
Les résultats seront justifiés et encadrés. La présentation est notée.

Chimie : Acido-basicité du dioxyde de carbone dissous. (8 points).

Données :

Masses molaires : $M(\text{H}) = 1 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M(\text{C}) = 12 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M(\text{O}) = 16 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Couples acide / base : $\text{p}K_{\text{a}1}(\text{H}_2\text{CO}_3/\text{HCO}_3^-) = 6$; $\text{p}K_{\text{a}2}(\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}) = 10$.

Le dioxyde de carbone (ou gaz carbonique) $\text{CO}_{2(\text{g})}$ peut se dissoudre dans l'eau pour donner H_2CO_3 .

Formation du calcaire en solution aqueuse : $\text{Ca}^{2+} + \text{CO}_3^{2-} \rightleftharpoons \text{CaCO}_{3(\text{s})}$

pH (moyen de l'eau de mer) = 8,5.

On s'intéresse tout d'abord aux différentes formes du dioxyde de carbone dissous dans l'eau : H_2CO_3 , HCO_3^- (ion hydrogénocarbonate) et CO_3^{2-} (ion carbonate).

- 1) Représenter le diagramme de prédominance de ces trois espèces.
- 2) On relève sur l'étiquette d'une eau minérale les informations suivantes:
« calcium : 555 mg/L; magnésium : 110 mg/L; sodium : 14 mg/L;
sulfates : 1479 mg/L; hydrogénocarbonates : 403 mg/L; nitrates : 3,9 mg/L; pH = 7,0 »
On peut s'étonner de ce que l'étiquette ne mentionne pas la quantité d'ions CO_3^{2-} . Pour répondre à cette interrogation, calculer la concentration d'ions CO_3^{2-} dans cette eau, puis la masse correspondante, en milligrammes par litre;
- 3) Montrer la cohérence de votre résultat sur le diagramme de prédominance.
- 4) Dans une eau de pH neutre ou faiblement basique, on peut envisager la réaction bilan :
$$2\text{HCO}_3^- \rightleftharpoons \text{CO}_3^{2-} + \text{H}_2\text{CO}_3$$
 - a) Commenter le comportement de l'ion hydrogénocarbonate dans cette réaction.
 - b) Comment appelle-t-on les corps qui se comportent ainsi ?
 - c) Exprimer puis calculer la constante d'équilibre K de la réaction ci-dessus.
 - d) Il y a lieu de penser que l'atmosphère primitive de notre planète était riche en dioxyde de carbone. D'autre part, on observe de grandes quantités de cyanobactéries fossiles. Sachant que les cyanobactéries marines pratiquent la photosynthèse à partir du dioxyde de carbone dissous, expliquer sans calcul pourquoi :
 - i) les cyanobactéries fossiles sont associées à d'importants dépôts calcaires.
 - ii) le dioxyde de carbone n'est plus qu'un constituant minoritaire de l'atmosphère terrestre.
- 5) On donne le $\text{p}K_{\text{s}}(\text{CaCO}_3) = 8,32$.
 - a) Calculer la solubilité s de CaCO_3 en $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ dans l'eau pure.
 - b) Calculer la solubilité s' de CaCO_3 en $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ dans une solution totalement soluble de K_2CO_3 à $c = 0,01 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Mécanique : Retour de mission spatiale. (12 points).

NB : Les grandeurs vectorielles doivent impérativement être surmontées d'une flèche.
Après trois oublis, les vecteurs non fléchés seront considérés comme inexacts.

Un vaisseau spatial, de masse m , est assimilé à un point matériel S . Il revient au voisinage de la terre, de masse M , après une longue mission.

On utilise le repère polaire centré sur la terre $(T, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.

On se place dans le référentiel géocentrique galiléen R_G .

Les frottements sont négligeables. La constante de gravitation est notée G .

A) Caractéristiques du mouvement du vaisseau.

- 1) Exprimer \vec{TS} , la vitesse \vec{v} du vaisseau puis son moment cinétique $\vec{L}_T(S)$ par rapport à T .
- 2) Exprimer la force de gravitation \vec{F} que subit le vaisseau puis son moment \vec{M}_T^F par rapport à T .
- 3) Définir et exprimer l'énergie potentielle $E_p(r)$ de gravitation avec $E_p(+\infty) = 0$.
- 4) Exprimer les théorèmes du moment cinétique (TMC) et de l'énergie mécanique (TEM).
- 5) Établir une propriété du moment cinétique \vec{L}_T et de l'énergie mécanique E_m du vaisseau.
- 6) Montrer que E_m se met sous la forme: $E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + f(r)$.
- 7) Montrer que $f(r)$ dépend uniquement de r et de grandeurs constantes. Représenter l'allure de $f(r)$.

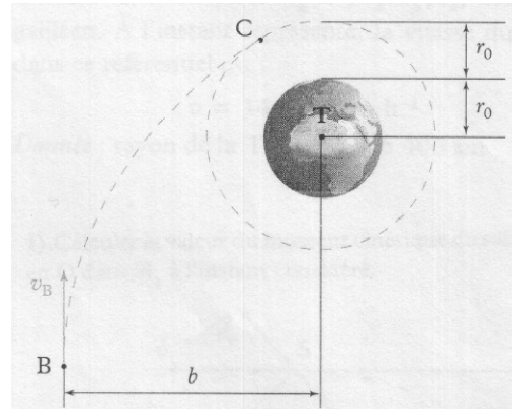
B) Retour vers la terre.

Le vaisseau arrive en B avec une vitesse \vec{v}_B et un paramètre d'impact b (voir figure).

Le point B est suffisamment éloigné de la terre pour considérer que $E_{pB} = 0$.

Au point C , la vitesse du vaisseau est tangente à l'orbite circulaire de rayon $2r_0$.

On donne : $r_0 = 6400 \text{ km}$; $v_B = 2 \text{ km.s}^{-1}$;
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2\text{kg}^{-2}$; $M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$



- 1) Exprimer E_{mB} en fonction de m et v_B . Que signifie le signe de E_{mB} ?
- 2) Exprimer E_{mC} . En déduire une relation entre v_B, v_C, M et r_0 . Calculer v_C .
- 3) Exprimer les moments cinétiques par rapport à l'axe Tz : $L_T(B)$ et $L_T(C)$ en fonction de v_B et v_C .
- 4) Déduire des relations précédentes l'expression du paramètre d'impact b . Le calculer.
- 5) Déterminer le paramètre d'impact minimum b_{\min} . Le calculer.
- 6) Après le point C , on souhaite que le vaisseau se place en orbite circulaire de rayon $2r_0$.
 - a) Établir l'expression de la vitesse v'_C sur cette orbite.
 - b) En déduire son énergie mécanique E'_{mC} . Interpréter son signe.
 - c) Comment en pratique réalise-t-on cette variation d'énergie mécanique ?